

# Geometria I

CdL in Matematica, Università dell'Insubria

Prova scritta dell'11 luglio 2017

Giustificare sempre le risposte.

1. Vero o falso? [se vero dimostrate lo o spiegate perchè, se falso esibite un controesempio]

- (a) Il quoziente di un connesso è connesso;
- (b) Il quoziente di uno spazio  $T_2$  è uno spazio  $T_2$ ;
- (c) Il quoziente di uno spazio contraibile è contraibile;
- (d) La contrazione a un punto di un sottospazio compatto di uno spazio  $T_2$  è  $T_2$ ;
- (e) La contrazione a un punto di un sottospazio  $T_2$  di uno spazio  $T_2$  è  $T_2$ .

2. Stabilire se i seguenti sottospazi di  $\mathbb{R}$  sono compatti rispettivamente con le topologie indotte da:  $\mathcal{D}$  la topologia discreta,  $\mathcal{T}_S$  la topologia della retta di Sorgenfrey,  $\mathcal{T}_e$  la topologia euclidea.

$$A := [0, 1], B := [0, 1), C := \mathbb{N} \cap (-2, 2), D := \{1/n, n \in \mathbb{N}^+\} \cup \{0\}.$$

3. Dimostrare che un'applicazione continua da un compatto a uno spazio di Hausdorff è chiusa. Dedurre che un'applicazione continua biettiva da un compatto ad uno spazio di Hausdorff è un omeomorfismo.

4. Calcolare il gruppo fondamentale dei seguenti sottospazi di  $\mathbb{R}^3$ :

$$X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x^2 - 2x + y^2 + z^2)^2 + z^2 = 0\}.$$

$$Y = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x^2 - 2x + y^2 + z^2)z = 0\}.$$